2015年太原科技大学硕士研究生招生考试

（814）高等代数 试题

（可以不抄题、答案必须写在答题纸上）

一. 填空题。(每小题5分，共25分)

1. 设矩阵 A,B 满足 $A^*BA=2BA-8E$，其中 $A=\begin{pmatrix}1 & & \\ & -2 & \\ & & 1\end{pmatrix}$，$E$ 为单位矩阵，A^* 为 A 的伴随矩阵，则 $B=$____________。

2. 已知 $J=\begin{pmatrix}J(0,2) & & & \\ & J(0,3) & & \\ & & J(1,1) & \\ & & & J(1,3)\end{pmatrix}$，其中 $J(a,r)$ 为 r 阶方阵 $\begin{pmatrix}a & & & \\ 1 & a & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & 1 & a\end{pmatrix}$.

   设 J 是矩阵 A 的 Jordan 标准形，则 A 的不变因子为______。

3. 设 $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\dots,\varepsilon_n$ 和 $\eta_1,\eta_2,\dots,\eta_n$ 是线性空间 V 的两个基. V 中向量在 $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\dots,\varepsilon_n$ 下的坐标为 X，在 $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\dots,\varepsilon_n$ 下的坐标为 Y，满足 $Y=PX$，则向量 $\beta=\eta_1+2\eta_2+\cdots+n\eta_n$ 在 $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\dots,\varepsilon_n$ 下的坐标是_______。

4. 已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}0 & a & -1\\ 0 & 3 & 0\\ -9 & b & 0\end{pmatrix}$ 可对角化，则 a,b 满足______。

5. 在矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & 2 & 1\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 2 & 1\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$ 中，______相似。

二. 选择题。(每小题5分，共25分)

1. 设 A 为 $m\times n$ 矩阵，A 经过若干次初等行变换后化为 B。则下列论断正确的是(　　)。

   (A) A,B 的行向量组等价，A,B 的列向量组等价；

   (B) A,B 的行向量组等价，A,B 的列向量组有相同的线性相关性；

   (C) A,B 的行向量组有相同的线性相关性，A,B 的列向量组等价；

   (D) A,B 的行向量组有相同的线性相关性，A,B 的列向量组有相同的线性相关性。

2. 下面哪个不是P^3的子空间（　　）。

(A) $W_1=\{(x_1,x_2,x_3)\in R^3 \mid x_1=x_2=x_3\}$　　(B) $W_2=\{(x_1,x_2,x_3)\in R^3 \mid x_3=0\}$

(C) $W_3=\{(x_1,x_2,x_3)\in R^3 \mid x_1=x_2-x_3\}$　　(D) $W_4=\{(x_1,x_2,x_3)\in R^3 \mid x_2=1\}$

3. 设 A 是 3 阶方阵， $P=(a_1,a_2,a_3)$ 是可逆阵， 且 $P^{-1}AP=diag\{1,1,2\}$.

$Q=(\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2,\alpha_3)$，则$Q^{-1}AQ=$(　　)。

(A) $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&1\end{pmatrix}$　(B) $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&2\end{pmatrix}$　(C) $\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\0&0&2\end{pmatrix}$　(D) $\begin{pmatrix}1&-1&0\\1&1&0\\0&0&2\end{pmatrix}$

4. 设β_1，β_2是非齐次线性方程组$Ax=b$的两个不同解，α_1，α_2是$Ax=0$的基础解系，k_1，k_2为任意常数, 则 $Ax=b$的通解为(　　)。

(A) $k_1\alpha_1+k_2(\alpha_1+\alpha_2)+\dfrac{(\beta_1-\beta_2)}{2}$

(B) $k_1\alpha_1+k_2(\alpha_1-\alpha_2)+\dfrac{(\beta_1+\beta_2)}{2}$

(C) $k_1\alpha_1+k_2(\beta_1-\beta_2)+\dfrac{(\beta_1-\beta_2)}{2}$

(D) $k_1\alpha_1+k_2(\beta_1-\beta_2)+\dfrac{(\beta_1+\beta_2)}{2}$

5. 下列结论正确的是(　　)。

(A) 若非零向量u,v正交，则u,v线性无关；

(B) 若向量v_1和v_2正交，v_2和v_3正交，则v_1和v_3正交；

(C) 若U,W是欧氏空间V的子空间，且$U\bigcap W=0$，则U和W正交；

(D) 若U,W是欧氏空间V的子空间，且$\dim V=\dim U+\dim W$，则U是W的正交补。

三.（本题满分 15 分）设 x 是 $n\times 1$ 矩阵，y 是 $1\times n$ 矩阵，a 是实数，

证明：行列式 $\det(E-axy)=1-ayx$。

四.（本题满分 15 分）设 P 是数域，$P^{n\times n}$ 关于矩阵加法和数乘矩阵构成线性空间，

$V_1=\{A\mid A\in P^{n\times n}, A'=A\}$，

(1) 证明 V_1 是 $P^{n\times n}$ 的子空间；

(2) 求 $P^{n\times n}$ 的子空间 V_2，使 $P^{n\times n}=V_1\oplus V_2$。

五.（本题满分 15 分）设 A 是 $m\times n$ 实矩阵，证明 $\operatorname{rank}(A'A)=\operatorname{rank}(A)$。

六.（本题满分 20 分）设 V 是全体实 2×2 矩阵所构成的实线性空间，

$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\in V$，定义 V 的变换 $\varphi x=Ax, \forall x\in V$

(1) 证明：φ 是线性的；

(2) 证明：φ 可逆当且仅当矩阵 A 可逆；

(3) 当 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$ 时，求 φ 的核 $\varphi^{-1}(0)$ 和值域 φV 及它们的一组基。

七.（本题满分 20 分）用正交变换化二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+x_2^2-4x_1x_2-4x_2x_3$ 为标准型。

八.（本题满分 15 分）设 A 为一个 n 级实矩阵，且 $|A|\neq 0$. 证明 A 可以分解成 $A=QT$，

其中 Q 是正交矩阵，T 是一上三角矩阵：

$$T=\begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & \cdots & t_{1n} \\ 0 & t_{21} & \cdots & t_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & t_{nn} \end{pmatrix}$$

且 $t_{ii}>0\,(i=1,2,\ldots,n)$. 并证明这个分解是唯一的。

2016年太原科技大学硕士研究生招生考试

（814）高等代数 试题

（可以不抄题、答案必须写在答题纸上）

一. 填空题。(每小题5分，共25分)

1. 已知3阶矩阵A的逆矩阵为$A^{-1}=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&2&1\\1&1&3\end{pmatrix}$，则伴随矩阵$A^*$的逆矩阵为_____.

2. 设方阵A的不变因子(组)为 $1,1,\cdots 1,\lambda(\lambda-1),\lambda^2(\lambda^4-1)^2$. 则$A$的 Jordan 标准型为 diag{_________}.

3. 若线性方程组$\begin{cases}x_1+x_2=a_1\\x_2+x_3=a_2\\x_3+x_4=a_3\\x_4+x_1=a_4\end{cases}$有解，则常数$a_1,a_2,a_3,a_4$应满足条件________.

4. 已知A，B均为3阶方阵，将A的第3行的-2倍加至第二行得A_1，将B中第2列加至第1列得B_1. 又知$A_1B_1=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&2&2\\0&0&3\end{pmatrix}$，则$AB=$________.

5. 在$R[x]_4$中定义内积为$(f,g)=\int_{-1}^{1}f(x)g(x)\,dx$，则$f(x)=x^2-\frac{1}{3}$的长度是___.

二. 选择题。(每小题5分，共25分)

1. 已知$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta$为$n$维列向量, 则下列命题正确的有(　　)个.

   a. 如果$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta$线性相关, 则$\beta$可由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性表出;

   b. 如果β不可由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性表出，则$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta$线性无关;

   c. 如果$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+k_3\alpha_3+0\beta=0$，则$\beta$不可由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性表出;

   d. 如果β可由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性表出，则存在不全为零的$k_1,k_2,k_3$使得$\beta=k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+k_3\alpha_3$.

   (A) 0;　　(B) 1;　　(C) 2;　　(D) 3;

2. 在下列集合中，(　　)关于通常矩阵加法和数乘构成实数域上的线性空间.

(A) $V=\{A\in R^{n\times n}\mid A=A'\}$;　　(B) $V=\{A\in R^{n\times n}\mid A\neq A'\}$;

(C) $V=\{A\in R^{n\times n}\mid \det A=0\}$;　　(D) $V=\{A\in R^{n\times n}\mid \det A\neq 0\}$;

3. 设n阶方阵A与B等价，则以下论断中**正确**的是（　　）.

（1）$|A|=|B|$；　　（2）$AX=0$与$BX=0$同解;

（3）若A可逆，则B可逆;　　（4）A，B必有同阶不为零的子式.

(A)(1)(4);　　(B)(2)(4);　　(C)(2)(3)　　(D) (3)(4)

4. 设A,P为n阶可逆阵，X是A的属于特征值λ的一个特征向量，则(　　)是

$P^{-1}A^{-1}P$ 的一个特征值和属于这个特征值的特征向量.

(A) λ^{-1},PX　　(B) $\lambda^{-1},P^{-1}X$;　　(C) λ,PX;　　(D) $\lambda,P^{-1}X$;

5. 下列条件中**不是**"n阶实对称阵A为正定阵"充分必要条件的是´(　　).

(A) A合同于n阶单位矩阵;

(B) 存在n阶实方阵C，使得$A=C'C$;

(C) A的n个顺序主子式全大于零;

(D) A的所有特征值全大于零.

三.（本题满分 15 分）已知$n(\geq 2)$阶方阵$A=\begin{pmatrix}1+a & 1 & \cdots & 1\\ 1 & 1+a & \cdots & 1\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ 1 & 1 & \cdots & 1+a\end{pmatrix}$

(1) 计算矩阵A的行列式,

(2) 根据a的不同值讨论矩阵A的秩.

四.（本题满分 15 分）设A是$n\times n$矩阵, 证明:

（1）　存在一个$n\times n$非零矩阵B使$AB=0$的充分必要条件是$|A|=0$.

（2）　若$AB=0$，则 秩(A)+秩$(B)\leq n$.

五.（本题满分 15 分）设 $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3,\varepsilon_4,\varepsilon_5$, 是五维欧氏空间 V 的一组标准正交基，$V_1=L(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$，其中 $\alpha_1=\varepsilon_1+\varepsilon_5$，$\alpha_2=\varepsilon_1-\varepsilon_2+\varepsilon_4$，$\alpha_3=2\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3$. 求 V_1 的一组标准正交基.

六. (本题满分 20 分) 设线性空间 V 的两个线性变换 A 与 B 是可交换的，即 $AB=BA$.

证明：(1) B 的值域 $B(V)$ 与核 $B^{-1}(0)$ 都是 A 的不变子空间；

(2) 如果 λ_0 是 A 的一个特征值，则 A 的特征子空间 V_{λ_0} 也是 B 的不变子空间.

七. (本题满分 20 分) (1) 用正交变换将二次型

$$f(x_1,\ x_2,\ x_3)=2x_1^2+2x_2^2-x_3^2-8x_1x_2-4x_1x_3+4x_2x_4$$

化为平方和形式，并写出所作的变换；

(2) 写出上述 $f(x_1,\ x_2,\ x_3)$ 的规范型，并说明其秩、正负惯性指数和符号差.

八. (本题满分 15 分) 设 n 阶方阵 A,B,C,D 两两可交换，且满足 $E=AC+BD$. 记 $ABx=0$ 的解空间为 W，$Bx=0$ 的解空间为 W_1，$Ax=0$ 的解空间为 W_2.

证明：$W=W_1\oplus W_2$.

2017年太原科技大学硕士研究生招生考试

（814）高等代数试题

（可以不抄题、答案必须写在答题纸上）

一. 填空题。(每小题 5 分，共 25 分)

1. 设 A 是三阶矩阵且 $|A|=\dfrac{1}{2}$，则 $\left|(2A)^{-1}-5A^{*}\right|=$________________.

2. 设三阶方阵 A 的行列式因子分别为 $1,\lambda,\lambda^{2}(\lambda+1)$，则其特征矩阵 $\lambda E-A$ 的标准形是________________.

3. 齐次线性方程组 $x_1+x_2+x_3+x_4=0$ 的一个基础解系为 ________________.

4. 微商变换 $\mathcal{D}$ 在线性空间 $P[x]_n$ 中（即 $\mathcal{D}(f(x))=f'(x)$）的值域和核分别为________________.

5. 已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}0 & a & -1\\ 0 & 3 & 0\\ -9 & b & 0\end{pmatrix}$ 可对角化，则 a,b 满足______________.

二. 选择题。(每小题 5 分，共 25 分)

1. 设矩阵 $A=(a_1,a_2,a_3,a_4)$，其中 a_1,a_2,a_3,a_4 为 6 维非零向量, 若 $\xi_1=(3,2,2,2)^T$ 和 $\xi_2=(1,2,2,6)^T$ 是齐次线性方程组 $Ax=0$ 的基础解系，则下列命题**正确**的有(　　)个.

   (1) a_3,a_4 线性无关；

   (2) a_1,a_2,a_3 线性相关；

   (3) a_1 可由 a_3,a_4 线性表出；

   (4) a_2 可由 a_1,a_3 线性表出.

   (A) 1;　　(B) 2;　　(C) 3;　　(D) 4.

2. 下面哪个**不是** P^3 的子空间（　　）.

   (A) $W_1=\{(x_1,x_2,x_3)\in R^3\mid x_1=x_2=x_3\}$；(B) $W_2=\{(x_1,x_2,x_3)\in R^3\mid x_3=0\}$；

(C) $W_3=\{(x_1,x_2,x_3)\in R^3\mid x_1=x_2-x_3\}$； (D) $W_4=\{(x_1,x_2,x_3)\in R^3\mid x_2=1\}$.

3. 设n阶方阵A与B相似，则以下论断中**错误**的是（　　）.

(A) A，B的行列式相同; (B) A，B的特征多项式相同;

(C) A，B的不变因子相同; (D) A，B的特征子空间相同.

4. 设A为n阶对称阵，P为n阶可逆阵，X是A的属于特征值λ的一个特征向量，

则(　　)是$\left(P^{-1}A^{-1}P\right)^T$ 的一个特征值和属于这个特征值的特征向量.

(A) $\lambda^{-1},P^{-1}X$ (B) λ^{-1},P^TX; (C) λ,P^TX; (D) $\lambda,\left(P^{-1}\right)^TX$

5. 设A，B是n阶实矩阵， 则下列叙述中**正确**的有(　　)个.

(1) 若A，B是正交阵，则AB也是正交阵;

(2) 若A，B是正交阵，则B^TAB也是正交阵;

(3) 若A，B是正定阵，则$A+B$也是正定阵;

(4) 若A，B是正定阵，则$B^{-1}AB$也是正定阵.

(A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4.

三. (本题满分 15 分) 证明行列式
$$\begin{vmatrix} \cos\alpha & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 2\cos\alpha & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2\cos\alpha & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 2\cos\alpha \end{vmatrix}=\cos n\alpha .$$

四. (本题满分 15 分) 设A是$n\times n$矩阵$\left(n\geq 2\right)$，A^*是A的伴随矩阵，$R\left(A\right)$是矩阵A的秩. 证明:

（1） $\left|A^*\right|=\left|A\right|^{n-1}$；

（2） $$R(A^*)=\begin{cases} n, & R(A)=n \\ 1, & R(A)=n-1 \\ 0, & R(A)<n-1 \end{cases}.$$

五. (本题满分 15 分) 设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 是 3 维欧氏空间 V 的一组基,这组基的度量矩阵为 X.

已知矩阵 X 满足 $E+AX=2X$,其中 $A=\begin{pmatrix}-9 & -4 & 3\\ -4 & 0 & 1\\ 3 & 1 & 1\end{pmatrix}$.

(1) 令 $\gamma=\alpha_1+\alpha_2$,证明 γ 是一个单位向量;

(2) 若 $\beta=\alpha_1+\alpha_2+k\alpha_3$ 与 γ 正交,求 k 的值.

六. (本题满分 20 分) 证明:(1) 欧氏空间中不同基的度量矩阵是合同的;

(2) 任一欧氏空间都存在标准正交基.

七. (本题满分 20 分) 二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^{\ 2}+2x_2^{\ 2}+2x_3^{\ 2}-2x_1x_2-2x_1x_3-2x_2x_3$.

(1) 用正交变换将该二次型化为标准形,并写出所作的变换;

(2) 求二次型的秩;

(3) 判断二次型的正定性.

八 (本题满分 15 分) 设 φ 是 n 维线性空间 V 上的线性变换, $\operatorname{Im}\varphi$ 和 $Ker\varphi$ 分别是线性变换 φ 的值域与核。若 $\dim\left(\operatorname{Im}\varphi^2\right)=\dim\left(\operatorname{Im}\varphi\right)$,试证明:

(1) $Ker\varphi^2=Ker\varphi$

(2) $\operatorname{Im}\varphi\cap Ker\varphi=\{0\}$

(3) $V=\operatorname{Im}\varphi\oplus Ker\varphi$

2018年太原科技大学硕士研究生招生考试

（814）高等代数试题

（可以不抄题、答案必须写在答题纸上）

一．填空题。（每小题4分，共28分）

1．已知 3 级矩阵 A 的不变因子为 1，λ-1，$(\lambda\text{-}1)^2$，则 A 的初等因子为________________________，A 的若尔当标准形为________________________.

2．已知三阶行列式$|A|=3,|B|=2$， 则$\left|-2A'B^{-1}\right|=$____________________.

3．已知a是数域P上一个固定的数，

$$W=\{(a,x_2,x_3,\cdots,x_n)\mid x_i\in p,i=2,3\cdots,n\}$$

是P^n的一个子空间，则$a=$____________，维(W)=____________.

4．若向量组$\alpha_1=(1,t+1,0),\alpha_2=(1,2,0),\alpha_3=(0,0,t^2\text{-}1)$线性相关，则

$t=$_________.

5．设四阶方阵$A=\begin{pmatrix}5&2&0&0\\2&1&0&0\\0&0&1&-2\\0&0&1&1\end{pmatrix}$，则$A$的逆矩阵$A^{-1}=$__________________.

6. 设A是4×5矩阵，秩$(A)=4$，若α_1,α_2为非齐次线性方程组$Ax=b$的两个不同解，则该非齐次方程组的通解为________________.

7. 设A是3阶方阵，秩$(A)=2$, 则A的属于特征值0的特征子空间的维数为______.

二．判断题。（每小题2分，共20分）

1．设α_1,α_2线性无关，β_1,β_2线性无关，则$L(\alpha_1,\alpha_2)+L(\beta_1,\beta_2)$的维数为4.　（　　）

2．把复数域看成实数域上的线性空间，它与R^2同构.　（　　）

3．线性空间V的任意两个子空间的交$V_1\cap V_2$与并$V_1\cup V_2$都是V的子空间.　（　　）

4．n阶λ-矩阵$A(\lambda)$可逆的充要条件是$|A(\lambda)|\neq0$.　（　　）

5．若A与B具有相同的特征多项式，则A与B相似.　（　　）

6．若A是可逆矩阵，则从$AB=AC$可推出$BA=CA$.　（　　）

7. 设n阶矩阵A的行列式为零，则A中至少有一行（列）为零或者至少有两行(列)元素对应成比例. （ ）

8. 设A为n阶方阵，如果对任一n维列向量X，都有$AX=O$，则$A=O$. （ ）

9. 若非齐次线性方程组$AX=b$有无穷多个解，则$AX=O$有无穷多个解. （ ）

10. 当$a>-1$时，实二次型$f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=(a+1)x_1^2+(a+2)x_2^2$是正定的. （ ）

三.（本题 10 分）

计算行列式

$$D_n=\begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 1+a_2 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+a_3 & \cdots & 1 & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1+a_n \end{vmatrix}, a_1a_2\cdots a_n\neq 0$$

四.（本题 16 分）

试就a,b的各种情况，讨论下列方程组是否有解？若有解，则求之.

$$\begin{cases} x_1 + ax_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + bx_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + 2bx_3 = 3 \end{cases}$$

五.（本题 12 分）

设$A\in P^{n\times n}$是一个固定的矩阵，

（1）证明：$W=\left\{X\middle|AX=XA,X\in P^{n\times n}\right\}$是$P^{n\times n}$的一个子空间；

（2）当A为对角矩阵且主对角线上元素两两互异时，求W的维数及一组基.

六.（本题 12 分）

设$P[x]_n$表示数域P上次数小于n的多项式及零多项式构成的线性空间，在$P[x]_n$中定义线性变换$\mathscr{D}(f(x))=f'(x)$，其中$f'(x)$表示对$f(x)$求导，求$\mathscr{D}$在基$1,x,x^2,\cdots,x^{n-1}$下的矩阵，判断$\mathscr{D}$是否可在一组适当的基下的矩阵为对角矩阵，并说明理由.

七．（本题 20 分）

设 $V=P[x]_n$，定义 V 上的线性变换 A 为

$$\mathrm{A}(f(x))=xf'(x)-f(x)$$

其中 $f'(x)$ 表示对 $f(x)$ 求导，

(1) 求 A 的值域 $\mathrm{A}V$ 及 A 的核 $\mathrm{A}^{-1}(0)$；

(2) 证明 $V=\mathrm{A}V\oplus\mathrm{A}^{-1}(0)$.

八．（本题 20 分）

已知二次型

$$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_1x_2+2x_2^2+2x_3^2+4x_2x_3,$$

(1) 求这个二次型的矩阵 A；

(2) 求二次型的标准型，并写出所作的非退化线性替换；

(3) 写出这个二次型在实数域和复数域上的规范形.

九．（本题 12 分）

设 A 是 n 级实对称矩阵，且 $A^2=A$，证明存在正交矩阵 T 使得

$$T^{-1}AT=\begin{pmatrix}1&&&&&&\\&1&&&&&\\&&\ddots&&&&\\&&&1&&&\\&&&&0&&\\&&&&&\ddots&\\&&&&&&0\end{pmatrix}.$$