

809

# 沈阳工业大学

## 2018 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 线性代数与常微分方程

第 1 页共 2 页

一、(15 分) 设  $n$  阶矩阵

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

计算  $|A|$ .

二、(15 分) 设矩阵  $A$  可逆, 证明其伴随矩阵  $A^*$  也可逆, 且  $(A^*)^{-1} = (A^{-1})^*$ .

三、(20 分) 已知三阶矩阵  $B \neq 0$ , 且  $B$  的每一个列向量都是以下方程的解

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + \lambda x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

(1) 求  $\lambda$  的值. (10 分)

(2) 证明  $|B| = 0$ . (10 分)

四、(15 分) 设  $A$  是  $n$  阶方阵, 若存在正整数  $k$ , 使线性方程组  $A^k x = 0$  有解向量  $\alpha$ , 且  $A^{k-1} \alpha \neq 0$ .

证明: 向量组  $\alpha, A\alpha, \dots, A^{k-1}\alpha$  是线性无关的.

五、(20 分) 设三阶矩阵  $A$  的三个特征值  $-1, 0, 1$  对应的特征向量分别为

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} a \\ a+3 \\ a+2 \end{pmatrix}, \quad \alpha_2 = \begin{pmatrix} a-2 \\ -1 \\ a+1 \end{pmatrix}, \quad \alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2a \\ -1 \end{pmatrix}$$

且有 
$$\begin{vmatrix} a & -5 & 8 \\ 0 & a+1 & 8 \\ 0 & 3a+3 & 25 \end{vmatrix} = 0.$$

(1) 确定参数  $a$  的值. (10 分)

(2) 求矩阵  $A$ . (10 分)

## 2018 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 线性代数与常微分方程

第 2 页共 2 页

六、(20 分) 已知  $\xi = (1, 1, -1)^T$  是矩阵  $A$  的一个特征向量, 其中

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & a & 3 \\ -1 & b & -2 \end{pmatrix}$$

(1) 确定  $a, b$  及特征向量  $\xi$  对应的特征值. (10 分)(2) 矩阵  $A$  是否相似于对角矩阵? 说明理由. (10 分)

七、(15 分) 分析下列微分系统零解的稳定性

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x^3 + xy^2 \\ \frac{dy}{dt} = -2x^2y - y^3 \end{cases}$$

八、(15 分) 确定下列方程组的奇点及类型

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax + by \\ \frac{dy}{dt} = cy \end{cases}$$

其中  $a, b, c$  为常数, 且  $ac \neq 0, a \neq c$ .九、(15 分) 证明: 方程  $\frac{dy}{dx} = x \tan y$  在区域  $-1 \leq x \leq 1, -\frac{\pi}{4} \leq y \leq \frac{\pi}{4}$  上有唯一解.