

2018 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 数学

第 1 页共 3 页

一、单项选择 (32 分, 每小题 4 分)

1. 设  $f(x)$  为可导函数, 则下列正确的是 ( )

(A)  $\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$ ; (B)  $\int f'(x) dx = f(x)$ ;

(C)  $\int df(x) = f(x)$ ; (D)  $d \int f(x) dx = f(x)$ .

2. 已知  $\int g(x) dx = xe^x - e^x + C$ , 则  $\int g'(x) dx = ( )$

(A)  $xe^x - e^x + C$ ; (B)  $xe^x + C$ ; (C)  $xe^x + e^x + C$ ; (D)  $xe^x - 2e^x + C$ .

3. 设有一细杆位于  $x$  轴上的区间  $[0, 2]$ , 已知细杆上任意一点  $x$  处的线密度为该点到原点距离的平方, 则细杆的质量为 ( )

(A) 8; (B) 4; (C)  $\frac{8}{3}$ ; (D) 2.

4. 曲线  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y = x$ ,  $x = 2$  围成图形的面积为  $A$ , 则  $A = ( )$

(A)  $\int_1^2 (\frac{1}{x} - x) dx$ ;

(B)  $\int_1^2 (x - \frac{1}{x}) dx$ ;

(C)  $\int_1^2 (2 - \frac{1}{y}) dy + \int_1^2 (2 - y) dy$ ;

(D)  $\int_1^2 (2 - \frac{1}{x}) dx + \int_1^2 (2 - x) dx$ .



5. 设函数  $f(x, y)$  在点  $P(x_0, y_0)$  的两个偏导数  $f_x(x_0, y_0)$ ,  $f_y(x_0, y_0)$  都存在, 则 ( )

(A)  $f(x, y)$  在点  $P(x_0, y_0)$  连续; (B)  $\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} f(x, y)$  存在;

(C)  $f(x, y)$  在点  $P(x_0, y_0)$  可微; (D)  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x, y_0)$  及  $\lim_{y \rightarrow y_0} f(x_0, y)$  存在.

6. 微分方程  $y' = y$  满足  $y(0) = 1$  的特解是 ( )

(A)  $e^x - 1$ ; (B)  $e^x$ ; (C)  $ce^x$  ( $c$  为任意常数); (D)  $2 - e^x$ .

2018 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 数学

第 2 页共 3 页

7. 下列向量组中线性无关的向量组为\_\_\_\_\_

(A)  $\alpha = (1, 2, 3, 4), \beta = (0, 0, 0, 0), \gamma = (5, 6, 7, 8);$  (B)  $\alpha = (1, 1, 1), \beta = (2, 3, 4), \gamma = (3, 4, 5);$

(C)  $\alpha = (2, 0, 0), \beta = (0, 3, 0), \gamma = (0, 0, -4);$

(D)  $\alpha = (1, 2), \beta = (3, 4), \gamma = (5, 6).$

8. 已知解向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  是齐次线性方程组  $Ax = 0$  的基础解系, 以下解向量组中, 也是  $Ax = 0$  的基础解系的是\_\_\_\_\_

(A)  $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_4, \alpha_4 + \alpha_1;$  (B)  $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_4, \alpha_4 - \alpha_1;$

(C)  $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_4, \alpha_4 - \alpha_1;$  (D)  $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_4, \alpha_4 - \alpha_1.$

二、填空题 (24 分, 每小题 4 分)

1.  $\frac{d}{dx} \left( \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{4 + \cos x} dx \right) = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 如果反常积分  $\int_1^2 \frac{1}{(x-1)^\alpha} dx$  收敛, 则  $\alpha$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

3.  $\int f(x) dx = 2x + C$ , 则  $\int xf(4-x^2) dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 已知向量  $\vec{a}$  的终点坐标是  $(2, -1, 0)$ , 模  $|\vec{a}| = 14$ , 其方向与向量  $\vec{b} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$  的方向一致, 则向量  $\vec{a}$  的起点坐标是\_\_\_\_\_.

5. 微分方程  $y'' + 29y' + 100y = 0$  的通解为\_\_\_\_\_.

6. 设离散型随机变量  $X$  的分布律为

$P\{X = -1\} = \frac{1}{2c}, \quad P\{X = 0\} = \frac{3}{4c}, \quad P\{X = 1\} = \frac{5}{8c}, \quad P\{X = 2\} = \frac{2}{16c},$  则  $c = \underline{\hspace{2cm}}.$

三、解答下列各题 (94 分)

1. (8 分)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2 \sin x)^{\frac{1}{x}}$

## 2018 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 数学

第 3 页共 3 页

2. (8 分)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\int_0^x e^{t^2} dt)^2}{\int_0^x t e^{2t^2} dt}$
3. (8 分) 求函数  $y = \ln \tan x^2$  的导数.
4. (10 分) 设  $\int_0^y e^t dt - \int_0^x x t^2 dt = xy$ , 求  $\frac{dy}{dx}$
5. (10 分) 设曲线  $y = ax^3 + bx^2 + cx$  有一拐点  $(1, 2)$  且过此点的切线斜率为  $-1$ , 试确定常数  $a, b, c$  的值.
6. (10 分) 在曲线  $y = \frac{1}{2}x^2 (x > 0)$  上点  $M$  处作一切线, 使此切线与  $y = \frac{1}{2}x^2$  及  $x$  轴围成面积为  $\frac{1}{3}$ , 求此图形绕  $x$  轴旋转成旋转体的体积.
7. (10 分) 证明不等式成立, 当  $0 < a < b < \frac{\pi}{2}$  时,  $\frac{\tan b}{\tan a} > \frac{b}{a}$ .
8. (10 分) 计算  $\iint_D (3x - 2y) d\sigma$ , 其中  $D$  由两坐标轴及  $x + y = 1$  围成.
9. (10 分) 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$  的和函数及收敛域.
10. (10 分, 每小题 5 分) 设  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上连续可导,  $f(0) = f(1) = 0$ , 证明:
- (1)  $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 f'(x)(a-x) dx$ , 其中  $a$  为任意常数;
- (2)  $|\int_0^1 f(x) dx| \leq \frac{M}{4}$ , 其中  $M$  是  $f'(x)$  在  $[0, 1]$  上的最大值.