

2018 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 数学分析

第 1 页共 2 页

一、(每小题 5 分, 共计 30 分) 计算下列各题

1. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x - \ln(1+x)}{x^2}$ (5 分);

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^4} (1+2^3+\dots+n^3)$ (5 分);

3. 求椭圆 $\begin{cases} x = a \cos t \\ y = b \sin t \end{cases}$ 在 $t = \frac{\pi}{4}$ 相应点处的切线方程 (5 分);

4. 已知 $z = f(x, \frac{x}{y})$ 可微, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ (5 分);

5. 计算 $\int_L x^2 ds$, 其中 L 为单位圆周 $x^2 + y^2 = 1$ (5 分);

6. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ 的收敛半径及收敛域 (5 分)。

二、(10 分) 证明当 $x > 0$ 时不等式 $x - \frac{x^2}{2} < \ln(1+x) < x - \frac{x^2}{2(1+x)}$ 成立。

三、(15 分) 设 f 为 $[a, b]$ 上二阶可导函数, $f(a) = f(b) = 0$, 并存在一点 $c \in (a, b)$ 使得 $f(c) > 0$ 证明至少存在一点 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f''(\xi) < 0$ 四、(15 分) 证明: 当 $0 < p \leq 1$ 时, 反常积分 $\int_1^{\infty} \frac{\cos x}{x^p} dx$ 是条件收敛的; $\int_1^{\infty} \frac{\cos \sqrt{x}}{x} dx$ 是条件收敛。五、(15 分) 考察函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2+y^2 = 0 \end{cases}$ 在点 $(0, 0)$ 的可微性。六、(15 分) 求函数 $z = x^2 - y^2$ 在区域 $\{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 4\}$ 上的最大值与最小值。七、(15 分) 计算 $\iint_D e^{\frac{x-y}{x+y}} dx dy$, 其中 D 由 $x=0, y=0, x+y=1$ 所围区域。八、(15 分) 计算 $\int_L (x^2 - y) dx - (x + \sin^2 y) dy$, 其中 L 是在圆周 $y = \sqrt{2x - x^2}$ 上由点 $(0, 0)$ 到点 $(1, 1)$ 的一段弧。

沈阳工业大学

2018 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 数学分析

第 2 页共 2 页

九、(10 分) 计算 $\iint_S xzdydz + yxdzdx + zydx dy$, 其中 S 柱面 $x^2 + y^2 = 1$ 在 $-1 \leq z \leq 1$ 和 $x \geq 0$ 的部分, 曲面侧的法向与 x 轴正向成锐角 (即曲面的侧取为前侧)。

十、(10 分) 设 $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} r^n \cos nx$, 其中 $0 < r < 1$, 证明: 级数 $\sum_{n=0}^{\infty} r^n \cos nx$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上一致收敛, 并

计算 $\int_0^{2\pi} f(x) dx$ 。