

沈阳工业大学

2017 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 数学

第 1 页共 3 页

一. 单项选择题 (32 分, 每小题 4 分)

1. 设 $f(x) = 2^x + 3^x - 2$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, 有 ().

(A) $f(x)$ 与 x 是等价无穷小. (B) $f(x)$ 与 x 同阶但非等价无穷小.

(C) $f(x)$ 是比 x 高阶的无穷小. (D) $f(x)$ 是比 x 低阶的无穷小.

2. 设 $f(x)$ 在 $x = a$ 的某个邻域内有定义, 则 $f(x)$ 在 $x = a$ 处可导的一个充分条件是 ().

(A) $\lim_{h \rightarrow +\infty} h[f(a + \frac{1}{h}) - f(a)]$ 存在. (B) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+2h) - f(a+h)}{h}$ 存在.

(C) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h}$ 存在. (D) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a) - f(a-h)}{h}$ 存在.

3. 设在 $[0,1]$ 上 $f''(x) > 0$, 则 $f'(0)$, $f'(1)$, $f(1) - f(0)$ 或 $f(0) - f(1)$ 几个数的大小顺序为 ().

(A) $f'(1) > f'(0) > f(1) - f(0)$. (B) $f'(1) > f(1) - f(0) > f'(0)$.

(C) $f(1) - f(0) > f'(1) > f'(0)$. (D) $f'(1) > f(0) - f(1) > f'(0)$.

4. 在 $yo z$ 平面内与三个已知点 $A(3,1,2)$, $B(4,-2,-2)$, $C(0,5,1)$ 等距离的点是 ().

(A) $(0,-1,2)$. (B) $(0,1,-2)$. (C) $(0,1,2)$. (D) $(0,-1,-2)$.

5. 设 $f(x)$ 为连续函数, $F(t) = \int_1^t dy \int_y^t f(x) dx$, 则 $F'(2) = ()$.

(A) $2f(2)$. (B) $f(2)$. (C) $-f(2)$. (D) 0 .

6. 底面半径为 R , 高为 h 的圆柱形储水桶, 桶内盛满水, 要将水全部吸出需做功 W 为 (). (g 为重力加速度)

(A) $\int_0^h \pi g (R^2 - x^2) dx$. (B) $\int_0^h \pi g R^2 x^2 dx$. (C) $\int_0^h \pi g R^2 x dx$. (D) $\int_0^h \pi g x (R^2 - x^2) dx$.

7. 下列极限中, 极限为 e 的是()

(A) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$; (B) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1+\frac{1}{x})^{-x}$, (C) $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{1}{x}}$; (D) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1+\frac{1}{x})^x$.

8. $x=0$ 是函数

$$f(x) = \frac{2}{1+e^{\frac{1}{x}}} + \frac{\sin x}{|x|}$$

的()间断点.

(A) 可去; (B) 跳跃; (C) 振荡; (D) 无穷;

二. 填空题 (24 分, 每小题 4 分)

1. $f(x)$ 在 x_0 的某一去心邻域内无界是 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$ 的_____条件.

2. 设常数 $k > 0$, 函数 $f(x) = \ln x - \frac{x}{e} + k$ 在 $(0, +\infty)$ 内零点的个数为_____.

3. 与积分方程 $y = \int_{x_0}^x f(x, y) dx$ 等价的微分方程初值问题是_____.

4. 将 xOz 坐标面上的抛物线 $z^2 = 5x$ 绕 x 轴旋转一周, 求所生成的旋转曲面的方程_____.

5. $z = f(x, y)$ 在点 (x, y) 的偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ 存在是 $f(x, y)$ 在该点可微分的_____条件.

6. 若 $f'(\ln x) = 1 + x$, 则 $f(x) =$ _____.

三. 解答下列各题 (94 分)

1. (10 分) 设函数

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ ax+b, & x > 1 \end{cases}$$

为了使函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处连续且可导, a, b 应该取什么值?

2. (10 分) 求曲线 $\begin{cases} x = 2e^t \\ y = e^{-t} \end{cases}$ 在 $t = 0$ 相应的点处的切线方程及法线方程.
3. (10 分) 求 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1 + \frac{1}{x})}{\arccot x}$.
4. (12 分) 设 $a > b > 0$, $n > 1$, 证明: $nb^{n-1}(a-b) < a^n - b^n < na^{n-1}(a-b)$.
5. (10 分) 求 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{x-a} \int_a^x f(t)dt$, 其中 $f(x)$ 连续.
6. (10 分) 计算重积分 $\iint_D x\sqrt{y}d\sigma$, 其中 D 是由两条抛物线 $y = \sqrt{x}, y = x^2$ 所围成的闭区域.
7. (12 分) 求解微分方程 $y'' - 2y' + 5y = 0$ 的通解.
8. (10 分) 求幂级数的和函数: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n} x^{2(n-1)}$.
9. (10 分) 求曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 3x = 0 \\ 2x - 3y + 5z - 4 = 0 \end{cases}$ 在点 $(1,1,1)$ 处的切线及法平面方程.