

沈阳工业大学

2017 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 量子力学

第 1 页 共 3 页

一、(10 分) 判断题 (每小题 2 分。对者画  $\checkmark$ , 错者画  $\times$ )

1. 定态下粒子的几率流密度矢量不随时间变化。 [ ]
2. 若两个厄米算符有共同的本征函数系则它们一定是对易的。 [ ]
3. 量子力学中的算符不一定为厄米算符。 [ ]
4. 么正变换改变力学量的取值几率。 [ ]
5. 全同粒子体系中交换任意两个粒子其体系的状态不变。 [ ]

二、(30 分) 填空题 (每空 3 分)

1. 粒子归一化的波函数为  $\psi(x, y, z)$ , 其中:  $-a < x < a$ ,  $-a < y < a$ ,  $-a < z < a$ 。在  $x \rightarrow x + dx$  区间内发现粒子的几率为 \_\_\_\_\_。
2. 若算符  $\hat{F}$  在任何状态下的平均值为实数, 则  $\hat{F}$  为 \_\_\_\_\_ 算符。
3. 厄米算符的本征函数系具有 \_\_\_\_\_, 因此任何一个可能的波函数都可以用该本征函数系的线性展开来表示。
4. 角动量平方算符  $\hat{L}^2$  与角动量分量算符  $\hat{L}_y$  的对易式  $[\hat{L}^2, \hat{L}_y] =$  \_\_\_\_\_。
5. 根据测不准关系,  $\Delta x \Delta p_x \geq$  \_\_\_\_\_。
6. 动量表象中, 坐标算符  $\hat{x} =$  \_\_\_\_\_; 坐标表象中, 动量算符  $\hat{p}_x =$  \_\_\_\_\_。
7. 电子自旋角动量平方  $S^2 =$  \_\_\_\_\_。
8. 光子的自旋量子数是电子自旋量子数的 2 倍, 可知光子为 \_\_\_\_\_ 子; 由光子组成的全同粒子体系, 其波函数为 \_\_\_\_\_ 波函数。

三、(20 分) 证明题

1. 证明:  $[\hat{L}_z, \hat{L}_\pm] = \hbar \hat{L}_\pm$  (已知:  $\hat{L}_\pm = \hat{L}_x \pm i\hat{L}_y$ )。(6 分)
2. 证明: 厄米算符不同的本征函数之间正交 (只证分立谱无简并情况)。(7 分)
3. 证明: 若  $\hat{A}$ 、 $\hat{B}$  为厄米算符, 则  $\frac{1}{2}(\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A})$  也是厄米算符。(7 分)

四、(15 分) 粒子在一维无限深势阱中运动, 哈密顿算符  $\hat{H}$  归一化的本征函数  $\psi_n(x) =$

$$\sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a} x \quad (0 < x < a), \quad a \text{ 为势阱宽度。粒子处在 } \hat{H} \text{ 的本征值 } E = \frac{2\hbar^2 \pi^2}{ma^2} \text{ 对应的本征态上。}$$

沈阳工业大学

2017 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 量子力学

第 2 页 共 3 页

- 求: 1. 体系所处的本征态对应的量子数  $n = ?$  (3 分)  
2. 在体系所处的本征态上粒子出现几率最大的位置; (6 分)  
3. 在体系所处的本征态上粒子出现在  $0 \sim a/3$  坐标区间内的几率。(6 分)

五、(15 分) 一维线性谐振子, 哈密顿算符  $\hat{H}$  归一化的本征函数  $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{\alpha}{2^n n! \sqrt{\pi}}} e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 x^2} H_n(\alpha x)$ ,

式中,  $n = 0, 1, 2, \dots$ ;  $H_0 = 1$ ,  $H_1 = 2\alpha x$ ,  $H_2 = 4\alpha^2 x^2 - 2, \dots$ 。

- 求: 1.  $\hat{H}$  的本征值  $E_n$  (直接写出即可); (3 分)  
2.  $\hat{H}$  在  $\psi_n(x)$  态上的平均值; (3 分)  
3. 坐标算符  $\hat{x}$  在  $\psi_n(x)$  态上的平均值; (5 分)  
4. 在第二激发态上  $x = 0$  处发现振子的几率密度。(4 分)

$$\text{(递推公式: } x\psi_n(x) = \frac{1}{\alpha} \left[ \sqrt{\frac{n}{2}} \psi_{n-1}(x) + \sqrt{\frac{n+1}{2}} \psi_{n+1}(x) \right] \text{)}$$

六、(15 分) 有厄米算符  $\hat{A}$  和  $\hat{B}$ , 在  $A$  表象中, 算符  $\hat{B}$  的矩阵表示为  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ 。

- 求: 1.  $\hat{B}$  的本征值; (4 分)  
2. 在  $A$  表象中,  $\hat{B}$  归一化的本征函数; (8 分)  
(只求出  $\hat{B}$  较大的本征值对应的本征函数即可)  
3. 指出  $\hat{A}$  与  $\hat{B}$  是否可能相同? (3 分)

七、(15 分) 设氢原子中的电子处于归一化的波函数

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2}{5}} R_{20}(r) Y_{00}(\theta, \varphi) - \sqrt{\frac{1}{5}} R_{31}(r) Y_{10}(\theta, \varphi) - \sqrt{\frac{2}{5}} R_{31}(r) Y_{1-1}(\theta, \varphi)$$

描写的状态上。

- 求: 1. 电子轨道角动量平方  $L^2$  的可能值; (3 分)  
2. 电子轨道角动量  $z$  分量  $L_z$  的可能值; (3 分)  
3. 氢原子能量  $E$  的可能值、相应的几率和平均值。(9 分)

八、(15 分) 在  $H_0$  表象中,  $\hat{H}_0$  的矩阵表示为  $H_0 = \begin{bmatrix} E_1^{(0)} & 0 \\ 0 & E_2^{(0)} \end{bmatrix}$ , 考虑微扰时,

沈阳工业大学

2017 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 量子力学

第 3 页 共 3 页

$$H = \begin{bmatrix} E_1^{(0)} + b & a \\ a^* & E_2^{(0)} + b \end{bmatrix}。 \hat{H}_0 \text{ 的本征方程 } \hat{H}_0 \psi_n^{(0)} = E_n^{(0)} \psi_n^{(0)}, E_1^{(0)} \neq E_2^{(0)}。$$

试用微扰方法求:

1. 能级  $E_1$ 、 $E_2$  至二级修正; (10 分)
2. 波函数  $\psi_2$  至一级修正。(5 分)

九、(15 分) 已知  $\hat{\sigma}_x$  的本征值为  $\pm 1$ 。

- 求: 1. 在  $\sigma_x$  表象中,  $\hat{\sigma}_x$  的矩阵表示(直接写出即可); (3 分)
2. 在  $\sigma_z$  表象中,  $\hat{\sigma}_x$  的矩阵表示(直接写出即可); (3 分)
3. 在  $\sigma_z$  表象中, 自旋角动量分量算符  $\hat{S}_x$  的矩阵表示; (3 分)
4. 问题 3 中的算符  $\hat{S}_x$  在  $\chi_{\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  态上的平均值。(6 分)