

沈阳工业大学

2017 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 数学分析

第 1 页共 2 页

一、(每小题 5 分, 共计 30 分) 计算下列各题

1. 计算极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x}{\cos x - 1}$  (5 分);

2. 已知  $yx^2 + x^4y^3 = 0$ , 求  $\frac{dy}{dx}$  (5 分);

3. 已知  $\begin{cases} x = \cos t + t \sin t \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases}$ , 求  $\frac{dy}{dx}$  (5 分);

4. 已知  $z = f(x+y, xy)$  可微, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$  (5 分);

5. 计算  $\int_L (x + x^2 + y^2) ds$ , 其中  $L$  为单位圆周  $x^2 + y^2 = 1$  (5 分);

6. 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$  的收敛半径及收敛域 (5 分)。

二、(10 分) 证明: 当  $x > 0$  时, 不等式  $(1+x)\ln(1+x) > \arctan x$  成立。

三、(15 分) 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  连续, 在  $(a, b)$  内可导, 且  $a > 0$ 。证明: 存在  $\xi \in (a, b)$ , 使得

$$f(b) - f(a) = \xi f'(\xi) \ln \frac{b}{a}.$$

四、(15 分) 证明: 反常积分  $\int_1^{+\infty} \frac{\cos x}{x} dx$  是条件收敛的。

五、(15 分) 求函数  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$  在点  $(0, 0)$  的偏导数, 并考察在  $(0, 0)$  的可微性。

六、(15 分) 求函数  $f(x, y, z) = xyz$  在条件  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{r}$  ( $x > 0, y > 0, z > 0, r > 0$ ) 下的极小值。

七、(15分) 计算  $\iint_D \sqrt{1-x^2-y^2} dx dy$ , 其中  $D$  圆域  $x^2+y^2 \leq 1$ 。

八、(15分) 计算曲线积分  $\int_L (x^2-y)dx - (x+\sin^2 y)dy$ , 其中  $L$  为圆周  $y = \sqrt{2x-x^2}$  上由点  $(0,0)$  到点  $(1,1)$  的一段弧。

九、(10分) 计算曲面积分  $\oiint_S y^2 x dy dz + z^2 y dz dx + x^2 z dx dy$ , 其中  $S$  为  $x^2+y^2+z^2=1$  的外侧。

十、(10分) 设函数项级数  $S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{n^2}$ ,  $x \in [-1,1]$ , 计算  $\int_0^x S(t) dt$ 。