

2016 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 数学

第 1 页共 3 页

一. 单项选择题 (32 分, 每小题 4 分)

1 下列各组函数中是相同的函数有 ( ).

(A)  $f(x) = x, g(x) = (\sqrt{x})^2$       (B)  $f(x) = |x|, g(x) = \sqrt{x^2}$

(C)  $f(x) = 2 \ln x, g(x) = \ln x^2$       (D)  $f(x) = \frac{x^3}{x}, g(x) = x^2$

2 函数  $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$  是 ( ).

(A) 偶函数; (B) 非奇非偶函数; (C) 奇函数; (D) 既是奇函数又是偶函数

3 无穷大量与有界量的关系是 ( ).

(A) 无穷大量可能是有界量; (B) 无穷大量一定不是有界量;

(C) 有界量可能是无穷大量; (D) 不是有界量就一定是无穷大量;

4 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ , 则  $x=0$  是函数  $f(x)$  的 ( ).

(A) 可去间断点; (B) 无穷间断点; (C) 连续点; (D) 跳跃间断点

5 设  $f(x)$  在点  $x_0$  处可导, 则  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = ( )$ .

(A)  $-f'(x_0)$ ; (B)  $f'(-x_0)$ ; (C)  $f'(x_0)$ ; (D)  $2f'(x_0)$

6. 微分方程  $y' = y$  满足  $y(0) = 1$  的特解是 ( )

(A)  $e^x - 1$       (B)  $e^x$       (C)  $ce^x$       (D)  $2 - e^x$

7. 已知矢量  $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ , 则垂直于  $\vec{a}$  且垂直于  $oy$  轴的单位矢量  $\vec{e} = ( )$

(A)  $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$ ; (B)  $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}(\vec{i} - \vec{j} + \vec{k})$ ;

(C)  $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{i} - \vec{k})$ ; (D)  $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{i} + \vec{k})$

8. 二元函数  $z = f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处满足关系 ( )

(A) 可微 (指全微分存在)  $\Leftrightarrow$  可导 (指偏导数存在)  $\Rightarrow$  连续;

(B) 可微  $\Rightarrow$  可导  $\Rightarrow$  连续;

(C)  $\surd$  可微  $\Rightarrow$  可导, 或可微  $\Rightarrow$  连续, 但可导不一定连续;

(D) 可导  $\Rightarrow$  连续, 但可导不一定可微

## 二. 填空题 (24 分, 每小题 4 分)

1 函数  $y = \frac{1}{x} - \sqrt{1-x^2}$  的定义域为 \_\_\_\_\_

2 若  $f(x) = \frac{1}{1+x}$ , 则  $f[f(x)] =$  \_\_\_\_\_

3  $df(\csc 2x) =$  \_\_\_\_\_ 其中  $f(u)$  可微

4 已知  $f(x)$  具有任意阶导数, 且  $f'(x) = [f(x)]^2$ , 则

$f^{(n)}(x) =$  \_\_\_\_\_ ( $n > 2$ ).

5 曲线  $y = e^{-x^2}$  的拐点是 \_\_\_\_\_

6 已知二阶线性常系数齐次微分方程的两个特解为  $Y_1 = 1, Y_2 = e^x$ , 则相应的微分方程为 \_\_\_\_\_.

## 三. (94 分) 解答下列各题

1 (10 分) 使  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{x}, & x < 0 \\ 3x^2 - 2x + k, & x \geq 0 \end{cases}$  在定义域内连续, 求  $k$ .

2 (10 分) 求  $f(x) = e^{-x^2}(1-2x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  上的最大值和最小值.

3 (10 分) 求  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\int_0^x e^{t^2} dt)^2}{\int_0^x e^{2t^2} dt}$ .

4 (12 分) 求函数  $z = \operatorname{arc} \cot \frac{x}{y}$  的一阶偏导数.

5 (10 分) 计算  $f(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{\pi - t} dt$ , 计算  $\int_0^\pi f(x) dx$ .

6 (10 分) 计算  $\iint_D (3x - 2y) d\sigma$ , 其中  $D$  由两坐标轴及  $x + y = 1$  围成.

7 (12 分) 求解微分方程  $y'' + 5y' - 36y = 0$  的通解.

8 (10 分) 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^{2n-1}}{2n-1}$  的收敛域.

9 (10 分) 设  $f(x)$  在  $[0, 1]$  连续,  $(0, 1)$  可导,  $f(1) = 0$ , 则存在  $\xi \in (0, 1)$  使  $\eta f(\xi) + \xi f'(\xi) = 0$

