沈阳工业大学

2016年硕士研究生招生考试题签

（请考生将题答在答题册上，答在题签上无效）

一、（10分）判断题（每小题2分。对者画√，错者画×）

1、波函数$\phi(x)$与$x^2\phi(x)$描写的是同一态。　[　]

2、当入射粒子的能量大于势垒的高度时它有可能被反射。　[　]

3、产生算符为厄米算符　[　]

4、幺正变换可能改变波函数的归一化。　[　]

5、电子的自旋角动量沿任何方向的投影都有两个值。　[　]

二、（30分）填空题（每空3分）

1、一粒子在中心力场中运动，其归一化的波函数为$\psi(r,\theta,\varphi)$，在θ---$\theta+d\theta$内发现粒子的几率为___________。

2、当体系的哈密顿算符$\hat{H}$不显含时间t时，则该体系处于 ___________，此时体系的波函数可表达为$\Psi(\vec{r},t)=\psi(\vec{r})\cdot$___________ 。（补齐该式。体系为单粒子情况，$\psi(\vec{r})$表示空间波函数，用E表示体系的能量）

3、角动量分量算符$\hat{L}_y$和$\hat{L}_z$的对易式$[\hat{L}_y,\hat{L}_z]=$ ___________ ；角动量平方算符$\hat{L}^2$与角动量分量算符$\hat{L}_x$的对易式$[\hat{L}^2,\hat{L}_x]=$ ___________ 。

4、已知算符$\hat{F}$在自身表象中的矩阵表示$F=\hbar\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & 0\\ 0 & -\frac{1}{2}\end{bmatrix}$，可知$\hat{F}$的本征值为 ___________ 。

5、坐标z和动量分量p_z满足的测不准关系$\Delta z\Delta p_z\geq$ ___________ 。

6、氢原子处于归一化波函数$\psi_{210}(r,\theta,\varphi)=R_{21}(r)Y_{10}(\theta,\varphi)$描写的状态上，可知氢原子的能量为 ___________ 。

7、全同粒子体系中任意两个粒子的交换 ___________ 体系的状态；全同玻色子系统的波函为 ___________ 波函数。

三、（20分）证明题

1、证明：$[\hat{y},\hat{p}_y^2]=2i\hbar\hat{p}_y$。（6分）

2、证明：若$\hat{A}$、$\hat{B}$为厄米算符，则$\frac{1}{2}(\hat{A}\hat{B}+\hat{B}\hat{A})$ 也是厄米算符。（7分）

3、证明：如果厄米算符$\hat{A}$、$\hat{B}$对易，则它们必有共同的本征函数系（只证无简并情况）（7分）

四、（15 分）粒子在一维无限深势阱中运动，哈密顿算符 $\hat{H}$ 归一化的某个本征函数 $\psi(x)=\sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{3\pi}{a}x$（$0<x<a$）上，$\hat{H}$ 的本征值 $E_n=\frac{n^2\hbar^2\pi^2}{2ma^2}$，　$n=1,2,3,\cdots$。

1、指出 $\psi(x)$ 态对应的量子数为何？（3 分）

2、求 $\hat{H}$ 在 $\psi(x)$ 态上的平均值；（4 分）

3、求在 $\psi(x)$ 态上粒子出现在 $0\sim\frac{1}{3}a$ 坐标区间内的几率；（5 分）

4、求 $\psi(x)$ 态对应的几率流密度矢量。（3 分）

五、（15 分）一维线性谐振子，$\hat{H}$ 归一化的本征函数 $\psi_n(x)=\sqrt{\frac{\alpha}{2^n n!\sqrt{\pi}}}e^{-\frac{1}{2}\alpha^2x^2}H_n(\alpha x)$，相应的本征值 $E_n=\left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega$，式中：$n=0,1,2,\cdots$；$H_0=1$，$H_1=2\alpha x$，$H_2=4\alpha^2x^2-2,\cdots$。

1、求在 $\psi_n(x)$ 态上哈密顿算符 $\hat{H}$ 的平均值；（4 分）

2、求在第一激发态上振子出现在 $x=-\frac{1}{\alpha}$ 处的几率密度；（6 分）

3、求粒子数算符 $\hat{N}$ 的矩阵元 $N_{nn}=\langle n|\hat{N}|n\rangle=?$（3 分）

4、指出谐振子所处的状态是否为束缚态？（2 分）

六、（15 分）已知 $\hat{\sigma}_y$ 算符在 σ_z 表象中的矩阵表示为

$$\sigma_y=\begin{bmatrix}0 & -i\\ i & 0\end{bmatrix}$$

求：1、$\hat{\sigma}_y$ 的本征值；（6 分）

2、在 σ_z 表象中，$\hat{\sigma}_y$ 归一化的本征函数。（9 分）

七、（15 分）设粒子处于归一化的波函数 $\psi(\theta,\varphi)=\frac{\sqrt{3}}{2}Y_{11}(\theta,\varphi)+CY_{10}(\theta,\varphi)$ 描写的状态上，式中 $Y_{11}(\theta,\varphi)$、$Y_{10}(\theta,\varphi)$ 为球谐函数。

求：1、$C=?$（取正实数即可）；（3 分）

2、轨道角动量平方 L^2 的可能值；（3 分）

3、轨道角动量 z 分量 L_z 的可能值、相应的几率和平均值。（9 分）

沈阳工业大学

2016 年硕士研究生招生考试题签

（请考生将题答在答题册上，答在题签上无效）

八、（15 分）在 H_0 表象中，哈密顿算符 $\hat{H}_0$ 的矩阵表示 $H_0=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 3\end{bmatrix}$，有微扰时哈密顿算符 $\hat{H}$ 的矩阵表示 $H=\begin{bmatrix}1 & 2\lambda & 0\\ 2\lambda & 2+\lambda & 3\lambda\\ 0 & 3\lambda & 3+2\lambda\end{bmatrix}$，$\hat{H}_0$ 的本征方程为 $\hat{H}_0\psi_n^{(0)}=E_n^{(0)}\psi_n^{(0)}$。试用微扰法，求能级 E_1、E_2、E_3 至二级修正。

九、（15 分）$\hat{\sigma}_x$、$\hat{\sigma}_z$ 在 σ_z 表象中的矩阵表示 $\sigma_x=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$、$\sigma_z=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$。

求：1、$\hat{\sigma}_x^+=?$（用矩阵表示）（2 分）

2、自旋角动量 x 分量算符 $\hat{S}_x=?$（用矩阵表示）（2 分）

3、反对易式 $[\hat{\sigma}_z,\hat{\sigma}_x]_+=?$（4 分）

4、$\hat{\sigma}_z$ 在 $\chi_{-\frac{1}{2}}=\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}$ 态上的平均值。（7 分）