(装 订 线)

机密★启用前

# 青岛理工大学2015年硕士研究生入学试题

科目代码：601　科目名称：数学分析

注意事项：1. 答题必须写明题号，所有答案必须写在答题纸上。写在试题、草稿纸上的答案无效；2. 考毕时将试题和答题纸一同上交。

1（本题满分 25 分）计算

（1）（满分 10 分）$x_1=\sqrt{2}$，$x_{n+1}=\sqrt{2+x_n}$，$n=1,2,3,\ldots$。**证明数列**$\{x_n\}$**收敛并求其极限**$\lim\limits_{n\to\infty}x_n$。

（2）（满分 15 分）**求**$\lim\limits_{n\to\infty}\sin^2(\pi\sqrt{n^2+n})$。

2（本题满分 15 分）**设函数**$f(x)$**在**$[a,b]$**上二阶可导**，$f(\frac{a+b}{2})=0$，**记**

$M=\sup\limits_{a\le x\le b}|f''(x)|$，**证明**：$\int_a^b f(x)dx\le\dfrac{M(b-a)^3}{24}$。

3（本题满分 15 分）**求曲线**$y=e^x$**的曲率的最大值。**

4（本题满分 30 分，每小题 15 分）

**(1)计算**$\int_{-\infty}^{+\infty}\dfrac{1}{x^2+x+1}dx$。

**(2) 计算**$\iint\limits_{\Omega}e^{\max\{x^2,y^2\}}dxdy$，**其中**$\Omega=\{(x,y)|0\le x\le 1,0\le y\le 1\}$。

5（本题满分 20 分）**求二次型**$\sum\limits_{i,j=1}^{n}a_{ij}x_ix_j\,(a_{ij}=a_{ji})$**在**$n$**维单位球面**

$\left\{(x_1,x_2,\ldots,x_n)\in R^n\left|\sum\limits_{k=1}^{n}x_k^2=1\right.\right\}$**上的最大值和最小值。**

6（本题满分 15 分）**讨论数项级数**$\sum\limits_{n=3}^{\infty}\dfrac{1}{n\ln^q n}$**的敛散性。**

7（本题满分 15 分）**叙述并证明闭区间上连续函数的有界性定理。**

8（本题满分 15 分）**试找出**$\{\sqrt[n]{n}\}, n = 1,2,3,...$ **中的最大项。**