

聊城大学2017年硕士研究生入学考试初试试题

考试科目	[621]量子力学	B 卷
------	-----------	-----

注意事项	1. 本试题满分150分。 2. 答题须用黑色字迹签字笔书写。答案必须写在答题纸上，写在试题或草稿纸上无效。
------	---

一、简答题（每题 5 分，共 40 分）

- 1、哪些现象揭露光具有粒子性（至少两个），写出光子的能量和动量。
- 2、试叙述玻恩对波函数的统计解释，以及波函数的标准条件。
- 3、描述全同粒子体系的波函数有什么特点？不考虑电子自旋-轨道耦合，写出两电子体系的自旋函数。
- 4、量子力学中的力学量算符用什么算符来表示，为什么？
- 5、量子力学中的表象之间的变换是什么变换？该变换有什么特点？写出该变换的两个重要性质。
- 6、何谓偶极近似？写出偶极跃迁中角量子数与磁量子数的选择定则。
- 7、什么是交换简并？交换能的大小取决于什么？
- 8、试写出量子力学中力学量是守恒量的条件，写出 2 个守恒量。

二、证明题（每题 10 分，共 20 分）

- 1、利用坐标和动量算符的对易关系式，证明轨道角动量算符的对易关系： $[\hat{L}_x, \hat{L}_y] = i\hbar\hat{L}_z$
- 2、设 ψ_1 和 ψ_2 分别是属于能量 E_1 和 E_2 ($E_1 \neq E_2$) 两个束缚态，证明： $\int d\tau \psi_1^* \psi_2 = 0$

三、计算题（共 90 分）

- 1、（15 分）质量为 μ 的粒子在一维势场 $V(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0 \\ 0, & 0 < x < a \\ V_0, & x > a \end{cases}$ 中运动，求：

- (1) 决定束缚态能级的方程式；
- (2) 至少存在一个束缚态的条件。

- 2、（20 分） $t=0$ 时，氢原子的波函数为

$$\psi(\vec{r}, 0) = \frac{1}{\sqrt{10}} [2\psi_{100}(\vec{r}) + \psi_{210}(\vec{r}) + \sqrt{2}\psi_{211}(\vec{r}) + \sqrt{3}\psi_{21-1}(\vec{r})]$$

其中下标分别是量子数 n, l, m 的值，忽略自旋和辐射跃迁。

- (1) 求氢原子能量 E ，轨道角动量平方 L^2 以及角动量 z 分量的可能值，这些可能值出现的概率和其期望值；
 - (2) 求在任意 t 时刻体系处于 $l=1, m=1$ 的态的概率是多少？
 - (3) 求在任意 t 时刻体系处于 $m=0$ 的态的概率是多少？
- 3、（15 分）设已知在 L^2 和 L_z 的共同表象中，算符 L_y 的矩阵表示为

$$L_y = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}$$

求它的本征值和归一化的本征函数，最后将矩阵 L_y 对角化。

4、(20分) 设在 \hat{H}_0 表象中 \hat{H} 的矩阵表示为 $\hat{H} = \begin{pmatrix} E_1^{(0)} + a & b \\ b & E_2^{(0)} + a \end{pmatrix}$, 其中 $E_1^{(0)} < E_2^{(0)}$, a 和 b 为实数, 且远小于 $E_1^{(0)}$ 和 $E_2^{(0)}$ 。

(1) 试用微扰论求能量至二级近似;

(2) 直接求能量, 若 $2b \ll (E_2^{(0)} - E_1^{(0)})$, 并和 (1) 所得结果比较。

5、(20分) 自旋 $s = 1/2$ 的粒子在均匀磁场 $\vec{B} = B\vec{i}$ 中运动, 不考虑粒子的空间运动, 相互作用势 $\hat{H} = -\mu_0 B \hat{S}_x$ 。已知 $t = 0$ 时, 粒子处在 $S_z = \hbar/2$ 的态上, 求在以后任意 t 时刻发现粒子具有 $S_y = \pm \hbar/2$ 的概率。