

# 聊城大学 2016 年硕士研究生入学考试初试试题

考试科目	[601] 高等数学	A 卷
------	------------	-----

1. 本试题满分150分。  
2. 答题须用蓝、黑钢笔或圆珠笔书写。答案必须写在答题纸上，写在试题或草稿纸上无效。

一、选择题：1~8 小题，每小题 4 分，共 32 分，下列每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的，请将所选项前的字母填在答题纸指定位置上。

(1) 已知极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos kx}{x \sin kx} = c$ ，其中  $c, k$  为常数，且  $c \neq 0$ ，则 ( )

- (A)  $k=1, c=1$
- (B)  $k=2, c=1$
- (C)  $k=3, c=1$
- (D)  $k=4, c=1$

(2) 已知向量  $\vec{a} = (1, k, 2)$ ， $\vec{b} = (2, 1, -1)$ ，并且  $\vec{a} \times \vec{b} = (-1, 5, 3)$ ，则  $k = ( )$

- (A) -1
- (B) -2
- (C) -3
- (D) -4

(3) 函数  $f(x)$  在  $x_0$  处可导，是  $f(x)$  在  $x_0$  处连续的 ( ) 条件

- (A) 非充分非必要
- (B) 充分必要
- (C) 充分
- (D) 必要

(4) 设函数  $f(x)$  在  $x_0$  处可导，且取得极小值，那么 ( )。

- (A)  $f'(x_0) = 0, f''(x_0) > 0$
- (B)  $f'(x_0) = 0, f''(x_0) < 0$
- (C)  $f'(x_0) < 0, f''(x_0) = 0,$
- (D)  $f'(x_0) > 0, f''(x_0) = 0,$

(5) 设  $f(x)$  是连续函数，且  $F(x) = \int_1^{\cos x} f(t) dt$ ，则  $F'(x)$  等于

- (A)  $-f(\cos x) \cdot \sin x$
- (B)  $-f(\cos x) \cdot \sin x - f(x)$
- (C)  $f(\cos x)$
- (D)  $f(\cos x) - f(x)$

(6) 已知  $2y'' + y' - y = 2e^x$  的通解是  $c_1 e^{\frac{1}{2}x} + c_2 e^{-x} + e^x$ , 其中  $c_1, c_2$  是任意常数, 则 ( ) 是  $2y'' + y' - y = 0$  的解.

(A)  $e^{\frac{1}{2}x} + 2e^{-x} + e^x$

(B)  $2e^{-x} + e^x$

(C)  $e^{\frac{1}{2}x} + e^x$

(D)  $e^{-x}$

(7) 下面命题正确的是 ( ).

(A) 若  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ , 那么  $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$  一定收敛

(B) 若  $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$  发散, 那么  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \neq 0$

(C) 若级数  $\sum_{n=0}^{+\infty} |u_n|$  发散, 那么  $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$  一定发散

(D) 若级数  $\sum_{n=0}^{+\infty} |u_n|$  收敛, 那么  $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$  一定收敛

(8) 当  $x \rightarrow 0$  时, 与  $e^x - 1 - x$  是  $\frac{1}{2}x^2$  的 ( )

(A) 低阶无穷小

(B) 高阶无穷小

(C) 等价无穷小

(D) 同阶但非等价无穷小

二、填空题: 9-14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分, 请将答案写在答题纸指定位置上.

(9) 函数  $y = 2x^3 - 6x^2 - 18x - 1$  在  $[1, 4]$  的最大值为 \_\_\_\_\_.

(10)  $y = \sin x$  在点  $(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2})$  处的切线方程为 \_\_\_\_\_.

(11) 设  $z = x^4 + 8y^3 + 4y^2 - 4x^2y^2$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} =$  \_\_\_\_\_.

(12)  $\int \frac{x}{x^2 + 3x - 4} dx =$  \_\_\_\_\_.

(13) 函数  $z = \ln(y^3 + x + 1)$  的定义域是 \_\_\_\_\_.

(14) 计算  $\int_1^2 dy \int_0^y x \sqrt{1 - x^2 + y^2} dx =$  \_\_\_\_\_.

三、解答题：15—23 小题，共 94 分. 请将解答写在答题纸指定位置上. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(15) (本题满分 10 分)

求极限： $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3} \cdot (1-x)^{\frac{1}{x}}$ .

(16) (本题满分 10 分)

设  $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ ,

求 (1)  $(-4\vec{a}) \cdot 2\vec{b}$ ; (2)  $\vec{a} \times 2\vec{b}$ ; (3)  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  的夹角的余弦.

(17) (本题满分 10 分)

求抛物线  $y^2 = 2x$  及其在点  $(\frac{1}{2}, 1)$  处的法线所围成的图形的面积.

(18) (本题满分 10 分)

求不定积分： $\int \left[ \frac{1}{x \cdot (x^2 + 1)} + \sin^2 x \cdot \cos^5 x \right] dx$

(19) (本题满分 10 分)

计算积分  $\iint_D xy d\sigma$ , 其中  $D$  是由直线  $y^2 = \frac{1}{3}x$  及  $y = \frac{1}{3}x - 2$  所围成的闭区域.

(20) (本题满分 11 分)

求微分方程  $y'' - 3y' + 2y = xe^{2x}$  的通解.

(21) (本题满分 11 分)

将函数  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4x + 3}$  展开成  $(x-2)$  的幂级数, 并求此幂级数的收敛区间.

(22) (本题满分 11 分)

求函数  $f(x, y) = x^3 - y^3 + 3x^2 + 3y^2 - 9y + 2$  的极值.

(23) (本题满分 11 分)

计算曲面积分  $\iint_{\Sigma} \frac{dS}{z}$ , 其中  $\Sigma$  为球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$  被平面  $z = 3$  截出的顶部.