

聊城大学 2015 年硕士研究生入学考试初试试题

考试科目	[621]量子力学	A 卷
注意事项	1. 本试题满分150分。 2. 答题须用蓝、黑钢笔或圆珠笔书写。答案必须写在答题纸上，写在试题或草稿纸上无效。	
<p>一、(30分) 简要回答下列各小题，(每小题5分)</p> <p>(1) 请写出波函数的统计解释，及波函数的标准条件。</p> <p>(2) 量子力学中的力学量用什么算符表示，为什么？</p> <p>(3) 写出一维谐振子的归一化波函数和能级表达式。</p> <p>(4) 表象之间的变换是什么变换？该变换有什么特点？</p> <p>(5) 什么是全同粒子？描述全同粒子体系的波函数有什么特点？</p> <p>(6) 假设波函数 $\psi(\vec{r}, t)$ 已归一化，写出在 t 时刻，r 点附近，$d\tau$ 体积元内找到粒子的几率。</p> <p>二、(20分) 证明题 (每小题10分)</p> <p>(1) 证明：在定态中，概率流密度与时间无关。</p> <p>(2) 利用泡利算符的对易与反对易关系，证明：$\hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_y \hat{\sigma}_z = i$</p> <p>三、(10分) 在 0K 附近，钠的价电子能量约为 3 电子伏，求其德布罗意波长。 (电子的静质量约为 9×10^{-31} 千克，电量为 1.6×10^{-19} 库仑，普朗克常数为 $h = 6.63 \times 10^{-34}$ 焦耳秒)</p> <p>四、(25分) 氢原子处于基态：$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-r/a_0}$，求：</p> <p>(1) 势能 $-e^2/r$ 的平均值；</p> <p>(2) 最可几半径。</p> <p>五、(20分) 氢原子处于状态 $\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2} R_{21}(r) Y_{10}(\theta, \varphi) - \frac{\sqrt{3}}{2} R_{21}(r) Y_{1-1}(\theta, \varphi)$。</p> <p>试求：能量算符 H、角动量平方算符 L^2 和角动量 z 分量 L_z 的可能取值，相应的概率及平均值。</p>		
第 1 页 (共 2 页)		

六、(30分) 在 H_0 表象中, H 的矩阵为

$$H = \begin{pmatrix} 1 & c & 0 \\ c & 3 & 0 \\ 0 & 0 & c-2 \end{pmatrix}, \text{ 其中 } c \text{ 为小实数。}$$

(1) 试应用微扰论求体系能量本征值到二级近似;

(2) 求 H 的精确本征值, 并与用微扰论求得的结果进行比较, 找出其实际上是取了何种近似?

七、(15分) 体系由两个自旋 $s=1/2$ 非全同粒子组成, 粒子之间的相互作用为 $A\hat{S}_1 \cdot \hat{S}_2$, 其中 A 为常数。设 $t=0$ 时, 粒子 1 的自旋指向 Z 轴正方向, 粒子 2 的自旋指向 Z 轴负方向。求:

(1) 在任意 t 时刻测量粒子 1 的自旋处于 z 轴正方向的几率是多少?

(2) 在任意 t 时刻测量粒子 1 与 2 的自旋均处于 z 轴正方向的几率是多少?