安徽师范大学

2019年硕士研究生招生考试初试试题

科目代码：724

科目名称：高等数学 II

一、单项选择题（每小题 3 分，共 21 分）：

1. 若 $f(x-1)=x^2(x-1)$，则 $f(x)=$（　　）

A. $x^2(x-1)$　　B. $x^2(x+1)$　　C. $x(x-1)^2$　　D. $x(x+1)^2$

2. 下面结论正确的是（　　）

A. $\lim\limits_{x\to 0}(1-x)^{\frac{1}{x}}=e$　　B. $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{-1}{x}}=e$

C. $\lim\limits_{x\to 0}(1-x)^{1-\frac{1}{x}}=e$　　D. $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{2}{x}}=e$

3. 函数 $f(x)=\begin{cases} e^{-\frac{1}{x-1}}, & x\neq 1 \\ 0, & x=1 \end{cases}$ 在点 $x=1$ 处（　　）

A. 连续　　B. 不连续，但右连续

C. 不连续，但左连续　　D. 左、右都不连续

4. 设 $y=x\ln x$，则 $y^{(10)}=$（　　）

A. $\frac{1}{x^9}$　　B. $-\frac{1}{x^9}$　　C. $\frac{8!}{x^9}$　　D. $-\frac{8!}{x^9}$

5. 下列曲线中有拐点 $(0,0)$ 的是（　　）

A. $y=x^2$　　B. $y=x^3$　　C. $y=x^4$　　D. $y=x^{\frac{2}{3}}$

6. 设 $f(x)=e^{-x}$，则 $\int\frac{f'(\ln x)}{x}dx=$（　　）

A. $\frac{1}{x}+C$　　B. $-\frac{1}{x}+C$　　C. $\ln x+C$　　D. $-\ln x+C$

7. 设 $f(x)=\int_a^x 12t^2dt$ 且 $\int_0^1 f(x)dx=1$，则 $a=$（　　）

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

二、填空题（每小题 3 分，共 21 分）：

1. 函数 $y=\sqrt{3-x}+\arctan\frac{1}{x}$ 的连续区间为____________.

2. 曲线 $y=\frac{1}{x}$ 在点 $(\frac{1}{2},2)$ 处的切线方程为____________.

3. 函数 $f(x)=\ln x$ 在区间 $[1,e]$ 上满足拉格朗日公式的 $\xi=$________.

4. 求 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}\int_0^x(1+t^2)e^{t^2-x^2}dt=$________.

5. 隐函数 $xy=e^{x+y}$ 的微分 $dy=$____________.

6. 已知反常积分 $\int_0^{+\infty}\frac{dx}{1+kx^2}$ 收敛于 $1(k>0)$，则 $k=$________.

7. 在 y 轴上与点 $(1,-3,7)$ 和点 $(5,7,-5)$ 等距离的点是____________.

三、解答题（每小题 10 分，共 80 分）：

1. 求 $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{1-\sqrt{\cos x}}{x(1-\cos\sqrt{x})}$.

2. 求 $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-x^x}{1-x+\ln x}$.

3. 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $\ln\sqrt{x^2+y^2}=\arctan\frac{y}{x}$ 所确定，求 $\frac{dy}{dx}$.

4. 求曲线 $y=3x^4-4x^3+1$ 的拐点和凹、凸区间.

5. 求 $\int e^x(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}+\arcsin x)dx$.

6. 求 $\int_0^{\pi}\sqrt{\sin^3 x-\sin^5 x}dx$.

7. 求由曲线 $x^2+y^2=1$ 与 $y^2=\frac{3}{2}x$ 所围成的两个图形中较小的一个绕 x 轴旋转所产生的旋转体的体积.

8. 求过三点 $M_1(2,-1,4)$、$M_2(-1,3,-2)$ 和 $M_3(0,2,3)$ 的平面方程.

四、证明题（每小题 7 分，共 28 分）：

1. 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上连续，且 $f(a)<a$，$f(b)>b$，证明至少存在一点 $\xi\in(a,b)$，使 $f(\xi)=\xi$.

2. 证明：当 $x>1$ 时，

$$2\sqrt{x}>3-\frac{1}{x}.$$

3. 设 $f(x)=x^3-\int_0^a f(x)dx$，且 $a\neq -1$，证明：

$$\int_0^a f(x)dx=\frac{a^4}{4(a+1)}.$$

4. 设 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上可导，且 $f(0)=0$，$|f'(x)|<M$（M 为大于零的常数），证明：在 $[-1,1]$ 上恒成立

$$|f(x)|<M.$$