

安徽师范大学

2018 年硕士研究生招生考试初试试题

科目代码: 901

科目名称: 量子力学

一、证明题 (每小题 10 分, 共 20 分)

(1) 证明对易关系: $[\hat{L}_x, \hat{L}_y] = i\hbar\hat{L}_z$

(2) $\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z$ 为泡利算符, 定义算符 $\hat{\sigma}_+ = \hat{\sigma}_x + i\hat{\sigma}_y$, 试证: $\hat{\sigma}_+^2 = 0$

二、(20 分) 氢原子能量的本征态为 $\psi_{nlm}(r, \theta, \varphi)$, 在 $t=0$ 时处于如下波函数

描述的状态: $\psi(\vec{r}, t=0) = \frac{1}{\sqrt{5}}\psi_{100}(\vec{r}) + \frac{1}{\sqrt{5}}\psi_{210}(\vec{r}) - \sqrt{\frac{3}{5}}\psi_{211}(\vec{r})$

求: (1) (10 分) $t=0$ 时刻测量能量、轨道角动量平方 L^2 以及角动量 z 分量 L_z 的可能测值、概率及平均值;

(2) (10 分) 任意 t 时刻的波函数 $\psi(\vec{r}, t)$ 。

三、(30 分) 设粒子在无限深势阱 $U(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq a \\ \infty & x < 0, x > a \end{cases}$ 中运动。

(1) 求粒子的能级和对应的本征函数;

(2) 证明 $\bar{x} = a/2$;

(3) 求动量平均值。

四、(30 分) $\sigma_z, \sigma_x, \sigma_y$ 为泡利算符

(1) 在 σ_z 本征值为 -1 的态下, 计算 $\overline{(\Delta\sigma_x)^2}$ 和 $\overline{(\Delta\sigma_y)^2}$;

(2) 在 σ_z 表象中, 求 σ_y 的本征态;

(3) 求 σ_z 表象变换到 σ_y 表象的变换矩阵。

五、(20 分) 设一体系未受微扰作用时只有两个能级: E_{01} 和 E_{02} , 现在受到微扰 H' 作用, 微扰矩阵元为 $H'_{12} = H'_{21} = a$, $H'_{11} = H'_{22} = b$, (a, b 为实常量)。试用微扰公式求能量至二级修正。

六、(共 30 分) 有一微观量子体系, 其态空间是三维的, 选择基矢为 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 。已知哈密顿量 \hat{H} 有如下性质: $\hat{H}\phi_1 = 5\phi_1, \hat{H}\phi_2 = 2\phi_3, \hat{H}\phi_3 = 2\phi_2$ 。设 $t = 0$ 时体系状态为 $\psi(0) = \frac{1}{\sqrt{3}}\phi_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\phi_2 + \frac{1}{\sqrt{3}}\phi_3$ 。

- (1) 写出力学量 \hat{H} 的表示矩阵;
- (2) 求力学量 \hat{H} 的本征值;
- (3) 求 t 时刻的状态波函数。