安徽师范大学

2017年硕士研究生招生考试初试试题

科目代码：901

科目名称：量子力学

一、（30分）证明题

（1）$\hat{\sigma}_x,\hat{\sigma}_y,\hat{\sigma}_z$为泡利算符，试证：$\hat{\sigma}_y\hat{\sigma}_z = i\hat{\sigma}_x$

（2）证明在量子体系的任何状态下，厄米算符的平均值是实数。

（3）证明对易关系：$[\hat{y},\ \hat{L}_z] = i\hbar\hat{x}$

二、（20分）设氢原子的状态为：$\Psi(r,\theta,\phi,s_z) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}}R_{21}(r)Y_{11}(\theta,\phi) \\ \frac{2}{\sqrt{5}}R_{20}(r)Y_{00}(\theta,\phi) \end{pmatrix}$

求（1）能量E，轨道角动量平方L^2，轨道角动量z分量L_z的可能测值、概率及平均值；

（2）自旋角动量z分量s_z的可能测值、概率及平均值。

三、（20分）一刚性转子绕一固定轴转动，转动惯量为I，它的能量的经典表示式是$H = \frac{L^2}{2I}$，L为角动量，求与此对应的量子体系的定态能量及波函数。

四、（30分）电子的自旋角动量$\vec{s}=\frac{\hbar}{2}\vec{\sigma}$。已知$S_z$表象中$\vec{\sigma}$的矩阵表示为

$\sigma_x=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$，$\sigma_y=\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix}$，$\sigma_z=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}$，$s_z$的本征函数为

$\chi_{\frac{1}{2}}(s_z)=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$，$\chi_{-\frac{1}{2}}(s_z)=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

（1）写出$\sigma_n=\frac{1}{\sqrt{5}}(\sigma_x+2\sigma_y)$的矩阵表示（$s_z$表象）；

（2）求σ_n本征值及本征函数；

（3）对于$\chi_{\frac{1}{2}}$自旋态，求σ_n的可能测值及相应概率。

五、(25分)某量子力学体系，只有两个能级（$\hat{H}_0$的本征值）：$E_1^{(0)}=8,E_2^{(0)}=24$，后来该体系受到固定微扰H'作用，已知H_0表象中能量算符的矩阵表示为：

$$\hat{H}=\hat{H}_0+\hat{H}'=\begin{pmatrix}8&4\\4&24\end{pmatrix}$$

（1）按微扰论公式直接写出体系的能谱(E_1,E_2)；

（2）求能谱的精确解，与（1）比较。$(\sqrt{5}=2.236)$

六、（25分）某三能级体系哈密顿量的矩阵表示为$H=\begin{pmatrix}a&0&b\\0&c&0\\b&0&a\end{pmatrix}$，假设体系的初态为$|\psi(0)>=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$，其中a, b, c, 为实的常数。

（1）求H本征值和归一化的本征函数；

（2）求$|\psi(t)>$并求t时刻体系能量取值及其概率。