

2017 年硕士研究生招生考试初试试题

科目代码： 601
科目名称： 数学分析

- 一、(18分) 求 (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^{2016} + 2^{2016} + \dots + n^{2016}}{n^{2017}}$;
(2) $\frac{d^n (e^x \sin x)}{dx^n}$.
- 二、(12分) 设 $x_n = 1 + \frac{n}{n+1} \cos \frac{n\pi}{2}$, $n=1,2,\dots$, 求 $\inf\{x_n\}$, $\text{Sup}\{x_n\}$, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$, $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n$.
- 三、(10分) 证明: $\left\{ 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right\}_{n=1}^{\infty}$ 收敛.
- 四、(10分) 若 $0 \leq x_{n+m} \leq x_n + x_m$, $n,m \in N^+$, 证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{n}$ 存在.
- 五、(15分) 研究 $f(x) = \sin x^2$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内的一致连续性.
- 六、(10分) 证明: 周期函数的导函数仍为周期函数.
- 七、(10分) 证明: $n! < \left(\frac{n+1}{2}\right)^n$, $n > 1$.
- 八、(10分) 证明: $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x+1} > e$, $x > 0$
- 九、(15分) 求球外切圆锥的最小体积.
- 十、(15分) 求 $\int \frac{dx}{\sin(x+2016)\sin(x+2017)}$.

考生请注意: 答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸上的无效!

第 1 页, 共 2 页

十一、(10分) 在 $[a, b]$ 上研究 $\sum_{n \rightarrow \infty}^{\infty} u_n(x)$ 绝对并一致收敛与 $\sum_{n \rightarrow \infty}^{\infty} |u_n(x)|$ 一致收敛的关系.

十二、(15分) 计算 $\int_{\Sigma} (x^2 + y^2 + z^2) dS$, 其中 Σ 为 $|x| + |y| + |z| = 1$ 的表面.

考生请注意: 答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸上的无效!

第 2 页, 共 2 页