安徽师范大学

2017年硕士研究生招生考试初试试题

科目代码：724

科目名称：高等数学II

一、单项选择题（每小题3分，共21分）：

1. 函数 $f(x)=\sin 2x+\tan\frac{x}{2}$ 是周期函数，它的最小正周期是（　　）

A. $\frac{\pi}{2}$　　B. π　　C. 2π　　D. 4π

2. 当 $x\to 0$ 时，下列变量中与 $\sin^2 x$ 为等价无穷小量的是（　　）

A. x^3　　B. x^2　　C. x　　D. $\sqrt{x}$

3. 若 $f(u)$ 可导，且 $y=f(e^x)$，则有 $dy=$（　　）

A. $f'(e^x)dx$　　B. $f'(e^x)de^x$　　C. $\left[f(e^x)\right]' de^x$　　D. $\left[f(e^x)\right]' e^x dx$

4. 设 $y=x^{2016}e^{2017}$，则 $y^{(2017)}=$（　　）

A. 0　　B. 1　　C. 2016!　　D. e^{2017}

5. 下列函数在给定区间上满足罗尔定理条件的是（　　）

A. $y=x^2-5x+6$, $[2,3]$　　B. $y=xe^{-x}$, $[0,1]$

C. $y=\frac{1}{\sqrt{(x-1)^2}}$, $[0,2]$　　D. $y=\begin{cases}x+1, & x<5,\\ 1, & x\ge 5.\end{cases}$ $[0,5]$

6. $\frac{d}{dx}\int_a^x g(x)f(t)dt=$（　　）

A. $g(x)f(x)$　　B. $g'(x)f'(x)$

C. $g'(x)f(x)+g(x)f'(x)$　　D. $g(x)f(x)+g'(x)\int_a^x f(t)dt$

7. 平面 $x+2y-z+3=0$ 与空间直线 $\frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{1}$ 的位置关系是（　　）

A. 互相垂直　　B. 互相平行但直线不在平面上

C. 直线在平面上　　D. 既不平行也不垂直

二、填空题（每小题3分，共21分）：

1. 设$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{an^2+bn+1}{2n}=1$，则$a=$________，$b=$________.

2. 设$f(x)=\begin{cases}x+a, & x>0,\\ e^x, & x\le 0.\end{cases}$在$(-\infty,+\infty)$内连续，则$a=$________.

3. 函数$y=x+\sqrt{1-x}$在区间$[-5,1]$上的最大值为________，最小值为________.

4. 曲线$\begin{cases}x=2e^t,\\ y=e^{-t},\end{cases}$在$t=0$相应的点处的切线方程为________________.

5. 曲线$y=\dfrac{x^2}{2x+1}$的斜渐近线方程为________________.

6. 用积分表达式表示$y=\sin x$在$[0,\pi]$上与x轴围成的平面图形的面积________________.

7. 过点$(3,0,-1)$且与平面$3x-7y+5z-12=0$平行的平面方程为________________.

三、解答题（每小题10分，共80分）：

1. 求$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x-\sin x}{\sin^3 x}$.

2. 求$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{e^x-1}\right)$.

3. 求函数$y=e^{1-3x}\cdot\cos e^x$的微分.

4. 求由方程$x-y+\dfrac{1}{2}\sin y=0$所确定的隐函数的二阶导数$\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

5. 求函数$f(x)=2x^3-9x^2+12x-3$的单调区间和凹、凸区间.

6. 求$\displaystyle\int\frac{dx}{(1+2x)(1+x^2)}$.

7. 求由摆线$x=a(t-\sin t)$，$y=a(1-\cos t)$的一拱$(0\le t\le 2\pi)$与横轴所围成图形的面积.

8. 求过点$(3,1,-2)$且通过直线$\dfrac{x-4}{5}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z}{1}$的平面方程.

四、证明题（每小题7分，共28分）：

1. 证明

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}}+\frac{1}{\sqrt{n^2+2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n^2+n}}\right)=1.$$

2. 证明：若函数$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$内满足关系式$f'(x)=f(x)$，且$f(0)=1$，则

$$f(x)=e^x.$$

3. 证明：当 $x>0$ 时，

$$1+\frac{1}{2}x>\sqrt{1+x}.$$

4. 设函数 $f(x)$ 在 (A,B) 上连续，$[a,b]\subset(A,B)$，证明：

$$\lim_{h\to 0}\int_a^b\frac{f(x+h)-f(x)}{h}dx=f(b)-f(a).$$